

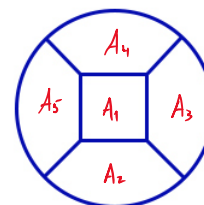
**Caso 1**

Assinala a resposta correta. Não apresentes cálculos, nem justificações.

**9 pontos**

Na imagem ao lado está representado um esboço do novo logótipo da turma do AgenteX.

Para colorir as 5 áreas do logótipo o AgenteX escolheu 3 cores: azul, laranja e verde. Cada área será pintada apenas de uma cor e duas áreas com um lado em comum têm de ser pintadas de cores diferentes.



De quantas formas diferentes pode o logótipo ficar pintado?

Resolução

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
a	l	v	l	v
a	v	l	v	l
l	a	v	a	v
l	v	a	v	a
v	a	l	a	l
v	l	a	l	a

[A] 12

[B] 9

[C] 8

[D] 7

[E] 6

## Caso 2

Assinala a resposta correta. Não apresentes cálculos, nem justificações.

12 pontos

Na escola do AgenteX apenas as turmas A e B têm equipa de hóquei em patins.

Durante este ano, as duas equipas defrontaram-se 5 vezes. Atribuída a cada vitória (V) 3 pontos, a cada empate (E) 1 ponto e a cada derrota (D) 0 pontos, a equipa A saiu vencedora e a soma das pontuações das duas equipas foi de 13 pontos.

Qual das seguintes opções pode representar os resultados obtidos pela equipa da turma B nos 5 jogos?



### Resolução

Comecemos, por exemplo, com a seguinte combinação de 5 resultados:

- Equipa A: D – V – D – E – D (4 pontos)
- Equipa B: V – D – V – E – V (10 pontos)

Com esta combinação de resultados a soma dos pontos das 2 equipas é de 14 pontos.

Outra combinação de 5 resultados de:

- Equipa A: V – V – E – E – D (8 pontos)
- Equipa B: D – D – E – E – V (5 pontos)

Com esta combinação de resultados a soma dos pontos das 2 equipas é de 13 pontos.

Observando cada jogo conclui-se que:

- a) Em caso de **empate** o jogo vale 2 pontos;
- b) Em caso de **vitória/derrota** o jogo vale 3 pontos

Ao fazer várias tentativas com resultados diferentes, conclui-se que o que dita o número total de pontos é o número de empates nos 5 jogos. Assim, a soma das pontuações das 2 equipas é 13 pontos quando nos 5 jogos há 2 empates.

Com 2 empates há 4 combinações possíveis (a ordem não é importante para o problema):

- E – E – V – V – V
- E – E – V – V – D
- E – E – V – D – D
- E – E – D – D – D

A combinação com 3 empates que coloca a equipa B a perder é: E – E – V – D – D ou E – E – D – D – D

[A] D-E-V-E-V  
Vitória

[B] E-V-V-V-E  
vitória

[C] D-D-V-E-E

[D] D-E-E-E-D

[E] E-E-D-E-E

### Caso 3

Assinala a resposta correta. Não apresentes cálculos, nem justificações.

14 pontos

De uma resma de papel A4 sobram ainda 404 folhas.

O pai do AgenteX desafiou-o a dividir estas 404 folhas em 6 montes, cada um com um número diferente de folhas.



Qual é o menor número de folhas que pode ficar no monte maior?

#### Resolução

Comecemos por dividir as 404 folhas em 6 montes iguais.

$$\begin{array}{r} 404 \overline{) 404} \\ \underline{4} \phantom{0} \phantom{4} \\ \phantom{4} \phantom{0} \phantom{4} \\ \phantom{4} \phantom{0} \phantom{4} \phantom{0} \\ \phantom{4} \phantom{0} \phantom{4} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{4} \phantom{0} \phantom{4} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$$

Uma vez que se pretende que o maior monte fique com o **menor** número de folhas é preciso que os montes tenham números consecutivos de folhas (ou números próximos de folhas). Por exemplo:

Exemplo 1: 63, 64, 65, 66, 67, 68      Total de folhas:  $360+33=393$

Exemplo 2: 64, 65, 66, 67, 68, 69      Total de folhas:  $360+39=399$

Exemplo 3: 65, 66, 67, 68, 69, 70      Total de folhas:  $360+45=405$

No exemplo 3, há uma folha a mais e no exemplo 2 há 5 folhas a menos.

Podemos acrescentar 5 folhas no exemplo 2 ou tirar 1 folha no exemplo 3. A solução é:

64, 66, 67, 68, 69, 70      Total de folhas: 404

[A] 71

[B] 70

[C] 69

[D] 67

[E] 64

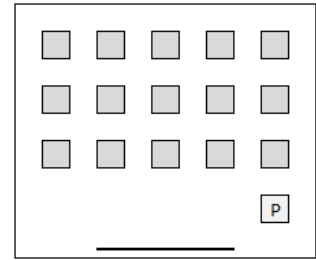
## Caso 4

Justifica o teu raciocínio e as tuas conclusões.

25 pontos

O professor de Matemática da escola do AgenteX reservou uma sala com 15 mesas (3 linhas e 5 filas) para a realização da prova final, tal como o esquema da sala que se apresenta ao lado.

Em cada linha os Agentes mini e max ficaram intercalados e não ficaram dois Agentes em carteiras seguidas (na linha ou na fila).



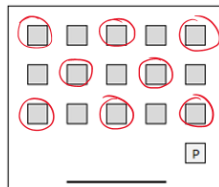
- 1) O Edgar e a Clara são do campeonato AgenteXmini e ficaram na mesma fila.
- 2) Na fila do professor não ficou sentado o André nem a Filomena.
- 3) O André e a Diana ficaram na mesma linha, mas são do mesmo campeonato.
- 4) O Bernardo e a Filomena são do mesmo campeonato e ficaram na mesma linha que a Clara.
- 5) A Rita ficou classificada em 5º lugar na edição do campeonato AgenteXmax do ano anterior. Este ano, ficou sentada ao lado do Hugo e na linha atrás do Edgar.

Qual é o campeonato em que participa cada um dos Agentes e em que lugares podem ficar sentados?

### Resolução

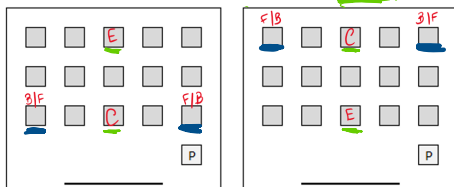
Ao ler o enunciado verifica-se que existem 8 agentes na grande final: O Edgar, a Clara, o André, Filomena, a Diana, o Bernardo, a Rita e o Hugo.

Para colocar os 8 agentes na sala e nas condições descritas, só há esta possibilidade para a escolha das mesas:

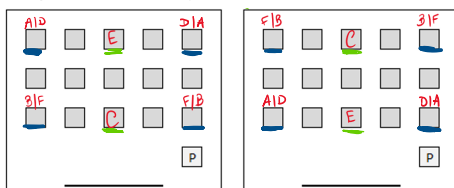


- Pelo ponto 1 e pelo ponto 4, a Clara fica numa mesa da fila do meio e na mesma linha ficam o Bernardo e a Filomena. Isto acontece porque o Bernardo e a Filomena são do mesmo campeonato, logo, têm de ficar um em cada ponta da linha.

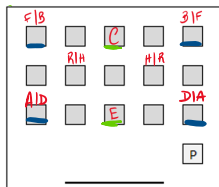
Se a Clara é do campeonato **mini** o Bernardo e a Diana são do campeonato **max**



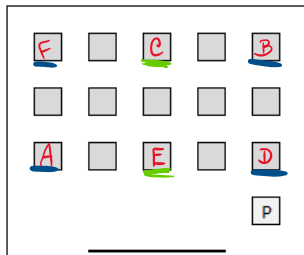
- Pelo ponto 3, o André e a Diana também ficaram numa linha de 3, com o Edgar na mesa do meio. Se o Edgar é do campeonato mini o André e a Diana são do campeonato do max.



- Pelo ponto 5, a Rita e o Hugo ficam na linha do meio, porque as duas linhas de 3 mesas já estão ocupadas. Como a Rita está sentada na linha atrás do Edgar, ele tem de ficar na linha da frente.



- Pelo ponto 2, o André e a Filomena não se sentam na mesma fila que o professor, desta forma, já podemos fixar também os outros elementos destas 2 linhas.



- A Rita e o Hugo ficam na linha do meio, no entanto não se consegue definir qual é que fica à esquerda. O problema tem 2 soluções possíveis:



## Caso 5

Justifica o teu raciocínio e as tuas conclusões.

40 pontos  
(16 + 24)

A especialidade da pastelaria Andrade são os crepes doces e salgados. Para pedir um crepe é preciso escolher dois recheios diferentes. Cada recheio tem um preço inteiro em euros e cada crepe custa a soma dos preços dos dois recheios escolhidos.

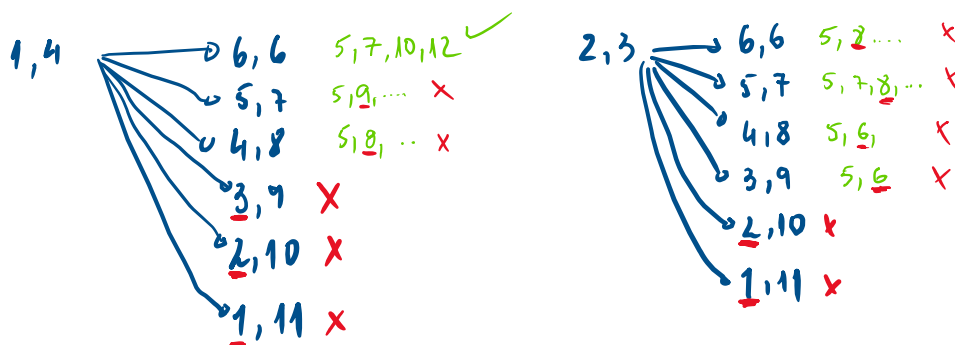


- a) Em maio, quando o Agentex foi pedir um crepe, tinha 4 recheios à escolha. Ao ver a tabela de preços verificou que, independentemente dos dois recheios escolhidos, apenas podia pagar 5, 7, 10 ou 12 euros pelo crepe. Qual é o preço de cada recheio?

Para que o valor mínimo do crepe seja 5 euros só existem 2 combinações para os preços dos recheios mais baratos: **1-4** ou **2-3**.

Para que o valor máximo a pagar seja 12 euros existem as seguintes combinações para os preços dos 2 recheios mais caros: **6-6** **5-7** **4-8** **3-9** **2-10** ou **1-11**

Vamos fazer 2 esquemas:



O preço de cada Recheio é: 1, 4, 6 e 6 euros.

b) Este mês, a pastelaria tem 6 recheios novos, com preços todos distintos. O crepe mais barato custa 6 e o mais caro 22 euros.

Desta vez, o AgenteX levou o primo Tiago com ele. O AgenteX pagou 8 euros pelo crepe e o primo pagou 20 euros.

Que preços podem ter os 6 recheios? Indica todas as soluções.

### Resolução

Vamos analisar com os possíveis preços dos 2 recheios mais baratos e dos 2 recheios mais caros.

- se o crepe mais barato custa 6 euros, os 2 recheios mais baratos custam 1-5 ou 2-4 euros.
- se o crepe mais caro custa 22 euros, os 2 recheios mais caros podem custar 6-16, 7-15, 8-14, 9-13 ou 10-12 euros.

Considere-se, em primeiro lugar, que os 2 recheios mais baratos custam 1 e 5 euros. Percorrendo as 5 combinações para os preços dos 2 recheios mais caros e acrescentando que há um crepe que custa 8 euros e outro que custa 20 euros, consegue-se determinar os 2 preços que faltam.

Neste caso, temos as seguintes soluções:

- 1, 5, 7, 8, 10, 12
- 1, 5, 6, 7, 9, 13
- 1, 5, 7, 8, 9, 13
- 1, 5, 6, 7, 8, 14

Considerando que os 2 recheios mais baratos custam 2 e 4 euros, percorrendo as 5 combinações para os preços dos 2 recheios mais caros e acrescentando que há um crepe que custa 8 e outro que custa 20 euros, consegue-se determinar mais estas 5 soluções:

- 2, 4, 5, 6, 7, 15
- 2, 4, 5, 6, 8, 14
- 2, 4, 6, 7, 8, 14
- 2, 4, 6, 7, 9, 13
- 2, 4, 6, 8, 10, 12

No total, existem 9 combinações diferentes para os preços dos 6 recheios.

